

5.18
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт

В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе

Электромагнитное рождение пар частиц

НОВОСИБИРСК 1965

А н н о т а ц и я

С помощью метода инвариантного интегрирования тензоров рассмотрены сечения электромагнитного рождения пар частиц. Вычислено сечение электромагнитного рождения пары частиц при взаимодействии фотона с заряженной частицей, причём учтена отдача и вклад дисперсионных диаграмм. Найдено точное сечение аннигиляции пары частиц в две пары заряженных частиц. Выполнено интегрирование комптоновского тензора четвертого ранга по конечным состояниям пары фермионов.

I. В в е д е н и е

Процессы тормозного излучения при столкновении заряженных частиц и образования пар частиц при взаимодействии фотона (или заряженной частицы) с заряженной частицей широко используются в настоящее время для проверки применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях, исследования электромагнитной структуры частиц и т.д. (см., например, [1,2]). Ясно, что при этом теоретические сечения должны быть известны с достаточной степенью точности. С другой стороны, как известно, рассмотрение этих процессов связано с большими вычислительными трудностями. Точное сечение известно только для случая образования пары фотоном в поле ядра (формула Бете-Гайтлера). Для остальных случаев известны лишь приближенные выражения для сечений в разных предельных случаях.

В ряде предыдущих работ [3-6] были рассмотрены процессы тормозного излучения при столкновении двух заряженных частиц и излучения фотона при двухчастичной аннигиляции пары частиц с помощью метода, идея которого состоит в интегрировании отдельных частей диаграмм с использованием свойств релятивистской, калибровочной и зарядовой инвариантностей. С помощью этого метода могут быть получены интегральные (по паре родившихся частиц) сечения процессов, причём практически не требуется проводить весьма громоздкое вычисление дифференциальных сечений. С помощью этого метода могут быть вычислены также сечения электромагнитного рождения пар частиц. В дальнейшем мы будем считать все заряженные частицы различными, поскольку учёт тождественности частиц приводит к резким усложнениям из-за наличия интерференции между вкладом прямых и обменных диаграмм. Правда в случае рождения частиц в узкие конуса вдоль направлений движения начальных частиц, вклад этих интерференционных членов оказывается весьма малым.

В разделе 2 вычислены сечения рождения пар фермионов со спином $1/2$ и скалярных частиц при столкновении фотона и заряженной частицы. Получено точное сечение дифференциальное по инвариантной массе родившейся пары. Проведен анализ сечения с точки зрения исследования формфакторов частиц и проверки применимости квантовой электродинами-

ки на малых расстояниях. В разделе 3 рассмотрен процесс аннигиляции пары частиц в две пары заряженных частиц. Вычислено точное сечение процесса, дифференциальное по инвариантным массам родившихся пар, проведен анализ этого сечения и получено приближенное выражение для интегрального сечения. В разделе 4 проведено интегрирование комptonовского тензора четвертого ранга по конечным состояниям пары фермионов

2. Рождение пары частиц при взаимодействии фотона с фермионом

Рассмотрим в низшем приближении теории возмущений рождение фотоном на фермионе со спином $1/2$ пары частиц $\gamma + A \rightarrow A + B + \bar{B}$. Оказывается, что можно единым образом рассмотреть рождение скалярных частиц и фермионов со спином $1/2$. В случае, когда рождается пара фермионов, процесс представляется четырьмя диаграммами (рис. I).

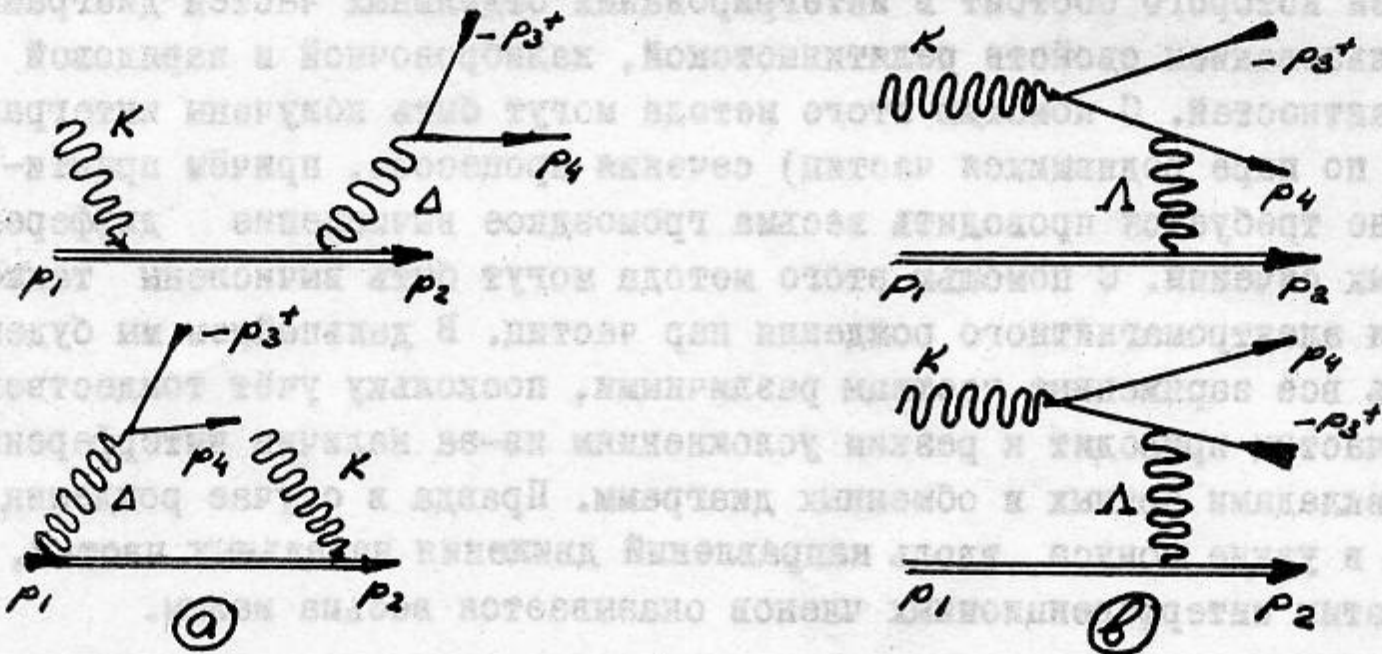


рис. I

Вычисление проинтегрированного по конечным состояниям родившейся пары сечения процесса (все частицы, участвующие в процессе, предполагаются неполяризованными) может быть проведено так как в статьях [3, 4]^{x)}, причём соответствующие выражения получаются из фор-

x) В этом разделе используются обозначения статей [3 - 5].

мул статей [3,4] заменой:

$$K \rightarrow -K \quad ; \quad -p_2^+ \rightarrow p_2 \quad (2.1)$$

Сечение процесса представим в виде:

$$d\sigma = d\sigma_a + d\sigma_b \quad (2.2)$$

где $d\sigma_a$ - вклад диаграмм "а" (рис.1), $d\sigma_b$ - вклад диаграмм "б", интерференционный член вкладов диаграмм "а", "б", проинтегрированный по конечным состояниям родившейся пары, точно так же, как в [3-5], обращается в нуль.

В дальнейшем мы должны провести интегрирование по конечным состояниям частицы А (в статьях [3,4] проводилось интегрирование по конечным состояниям фотона). Оказывается удобным перейти к ковариантным переменным:

$$\frac{d^3 p_2}{E_2} = \frac{d\Delta^2 d\Lambda^2 d\varphi}{4x_1} \quad (2.3)$$

Интегрирование по азимутальному углу φ выполняется тривиально, после чего сечение рождения пары можно представить в следующем виде (для выполнения преобразования (2.1) удобнее всего воспользоваться формулами (3.2), (3.4) статьи [5] и формулами (2.10), (2.21) статьи [4])

$$\frac{d^2 \sigma_b}{d\Delta^2 d\Lambda^2} = \frac{\alpha^3 \beta_0}{2x_1^2 \Lambda^4} \left\{ (2m^2 + \Lambda^2) \left(c_1 + \frac{c_3 + c_2 \Lambda^2}{(K\Lambda)^2} \right) + \frac{2x_1 x_2 \Lambda^2}{(K\Lambda)^2} \left(c_1 + \frac{c_3 + c_4 \Lambda^2}{(K\Lambda)^2} \right) \right\} \quad (2.4)$$

где для фермионов:

$$c_1^F = 1 - L_1 \quad ; \quad c_2^F = \Delta^2 \left(1 - \frac{L_1}{2}\right) \quad ;$$

$$c_3^F = \mu^2 \left[\Delta^2 c_1^F + 2\mu^2 L_1 \right] \quad ; \quad c_4^F = 2\Delta^2 - \left(2\mu^2 + \frac{\Delta^2}{2}\right) L_1 \quad (2.5)$$

для скалярных частиц:

$$c_1^S = -\frac{1}{2} \quad ; \quad c_2^S = \frac{1}{2} \left(\mu^2 L_1 - \frac{\Delta^2}{2} \right) \quad ;$$

$$c_3^S = -\frac{c_3^F}{2} \quad ; \quad c_4^S = -\frac{c_4^F}{2} \quad (2.6)$$

здесь

$$x_1 = -x = (kr_1) \quad ; \quad x_2 = -x' = (kr_2) = \frac{\lambda^2 - \Delta^2}{2} + x_1 \quad ; \quad (2.7)$$

$$\Delta = p_3^+ + p_4 \quad ; \quad \lambda = p_1 - p_2 \quad ; \quad \beta_0 = \sqrt{\frac{\Delta^2 - 4\mu^2}{\Delta^2}} \quad ; \quad L_1 = \frac{1}{\beta_0} \ln \frac{1 + \beta_0}{1 - \beta_0}$$

μ - масса частиц родившейся пары, m - масса частицы А.

$$\frac{d^2 \sigma_a}{d\Delta^2 d\lambda^2} = \frac{\lambda^3 \beta_0}{8x_1^2 \Delta^2} \left[\mathcal{D}_1 - \mathcal{D}_2 \frac{\beta_0^2}{3} \right] Z \quad (2.8)$$

где

$$Z = (\Delta^2 + 2m^2) \left[m^2 \left(\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} \right) + 2 \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) + \frac{\Delta^2 - 2m^2}{x_1 x_2} \right] + 2 \left(\frac{x_1 + x_2}{x_2 + x_1} \right) \quad (2.9)$$

для точечных фермионов

$$\mathcal{D}_1^{oF} = 1 \quad ; \quad \mathcal{D}_2^{oF} = 1$$

для точечных скалярных частиц

$$\mathcal{D}_1^{oS} = 0 \quad ; \quad \mathcal{D}_2^{oS} = -\frac{1}{2} \quad (2.10)$$

Формула (2.8) справедлива для рождения пары произвольных частиц (для

диаграмм "а"), тогда \mathcal{D}_1 и \mathcal{D}_2 известные функции формфакторов [4, 11].

Переменные Δ^2 и Λ^2 изменяются в следующих пределах (рис.2):

$$4\mu^2 \leq \Delta^2 \leq (\sqrt{s^2} - m)^2 ; s^2 = (p_1 + p_2)^2 = 2\alpha_1 + m^2$$

$$x^2 = -\Lambda^2 ; x_{\theta, \eta}^2 = \frac{\alpha_1(2\alpha_1 + \Delta^2)}{s^2} - \Delta^2 \pm \frac{\alpha_1}{s^2} \sqrt{(2\alpha_1 - \Delta^2)^2 - 4m^2\Delta^2} \quad (2.11)$$

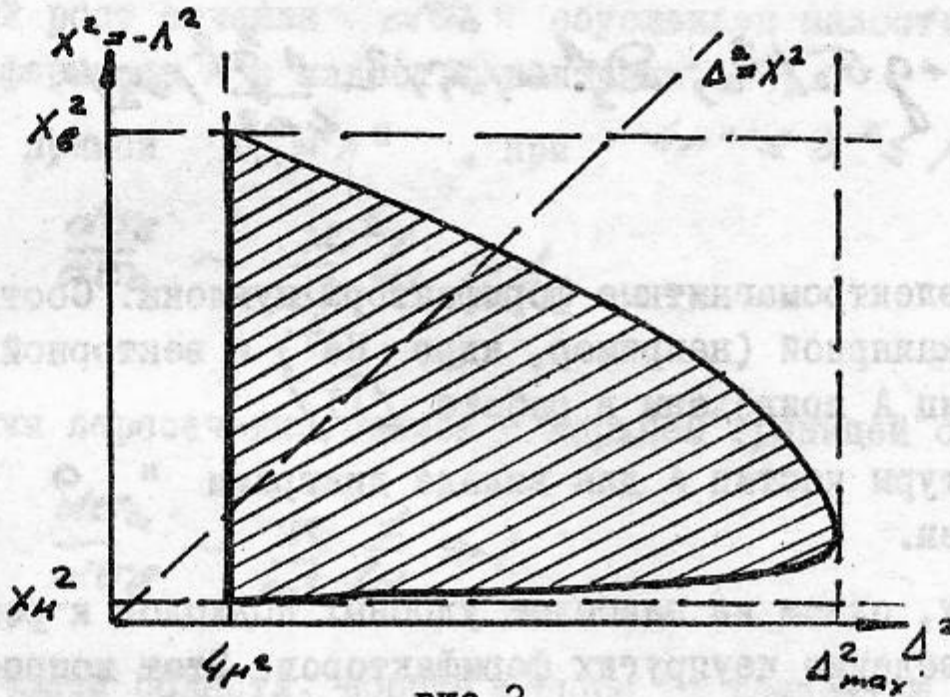


рис.2

Подставляя полученные выражения в (2.2), получаем точное выражение для сечения рождения частиц на точечном фермионе.

Важным является случай, когда пара точечных частиц рождается на частицах, обладающих известной электромагнитной структурой (рождение электрон-позитронных и мюонных пар на нуклонах и ядрах). Эту структуру легко учесть для вклада диаграмм "в", вводя соответствующие формфакторы. Оказывается, что для этого случая можно выписать универсальную формулу для частиц Δ с произвольным спином [5, 7].

$$\frac{d^2\sigma}{d\Delta^2 d\Lambda^2} = \frac{\alpha^3}{8\pi\alpha_1^2 \Lambda^4} \left\{ \frac{\Lambda^2}{2} \mathcal{D}_1^A(2\alpha_1 - \Lambda^2) + \mathcal{D}_2^A \left[\alpha_1 \left(2m^2 - \frac{\Lambda^2}{2} \right) + \frac{\Lambda^2}{2} (\alpha_1 + \Lambda^2) \right] \times \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} \right)^2 \right\} \quad (2.12)$$

где

$$a_1 = 4\pi\beta_0 \left[c_1 + \frac{c_3 + c_2 \Lambda^2}{(k\Lambda)^2} \right]; \quad a_2 = 4\pi\beta_0 \frac{(c_4 - c_2)}{(k\Lambda)^2} \quad (2.13)$$

где c_1, c_2, c_3 даются формулами (2.5), (2.6), а \mathcal{D}_1^A и \mathcal{D}_2^A — функции соответствующих формфакторов. Например, для нуклонов

$$\mathcal{D}_1^A = |\mathcal{F}_1 + g\mathcal{F}_2|^2; \quad \mathcal{D}_2^A = |\mathcal{F}_1|^2 - \frac{1}{4m^2} g^2 |\mathcal{F}_2|^2 \quad (2.14)$$

здесь $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2$ — электромагнитные формфакторы нуклона. Соответствующие формулы для скалярной (например, ядро He^4) и векторной (например, дейтон) частиц A приведены в работе [II].

Учёт структуры частиц A для вклада диаграмм "а" значительно более сложен.

По-видимому, одним из наиболее удобных подходов к решению этой задачи является введение неупругих формфакторов. Этот вопрос рассмотрен в работе авторов [II], там же приведено сечение процесса для диаграмм "а" через неупругие формфакторы. Об этих формфакторах в настоящее время ничего не известно и для них, вероятно, следует строить динамические модели. Этот вопрос предполагается исследовать в дальнейшем.

Большой интерес представляет соотношение между вкладами диаграмм "а" и "б" (предполагается, что частица A — точечный фермион)^{x/}.

1) . В случае, когда $\alpha_1 \gg m^2, \mu^2$, имеем:

а) в полосе $\chi\mu^2 \leq x^2 \leq m^2$ ($x^2 = -\Lambda^2$) всегда $d\sigma_b \gg d\sigma_a$, именно эта полоса даёт основной вклад в интегральное сечение процесса. В этой полосе при больших Δ^2 соотношение между сечениями

$$\frac{d\sigma_b}{d\sigma_a} \sim \frac{\alpha_1}{m^2} \Delta^2 \quad (2.15)$$

^{x/} Вопрос о соотношении вкладов диаграмм "а" и "б" рассматривался также в [9] (для полностью дифференциального (с 5 дифференциалами) сечения) и в [10] (для сечения с двумя дифференциалами, но в предположении $\alpha_1/m^2 \ll 1$).

б) в области $4\mu^2 \leq \Delta^2 \leq \mu\sqrt{x_1}$, $2x_1 - 2m\sqrt{x_1} \leq x^2 \leq x_0^2$

соотношение между сечениями

$$\frac{d\sigma_a}{d\sigma_b} \sim \frac{x_1^2}{x_2 \Delta^2 L_1} \quad (2.16)$$

причем $m^2 \leq x_2 \leq m\sqrt{x_1}$, т.е. в этой области $d\sigma_a \gg d\sigma_b$.
Относительный рост сечения $d\sigma_a$ обусловлен малостью знаменателя пропагатора фермиона А и малостью величины Δ^2 ;

в) на прямой $\Delta^2 = x^2$, при $4\mu^2 \leq \Delta^2 \leq \mu\sqrt{x_1}$ имеем

$$\frac{d\sigma_b}{d\sigma_a} \sim \frac{x_1^2}{\Delta^4 L_1} \gg 1 \quad (2.17)$$

а вблизи точки пересечения прямой с верхней границей области

$$\frac{d\sigma_a}{d\sigma_b} \sim \frac{x_1}{m^2 L_1} \gg 1 \quad (2.18)$$

В остальной части области, вообще говоря (с точностью до логарифма L_1) $d\sigma_b \sim d\sigma_a$.

2). Если $x_1 \sim m^2$, $x_1 \ll m^2$ ($\mu \ll m$), то почти во всей области изменения переменных (за исключением может быть области I, б) $d\sigma_b \gg d\sigma_a$.

Рассмотрим область, где вклад диаграмм "б" является доминирующим. Тогда для исследования электромагнитной структуры нуклонов (ядер) следует изучать сечение при больших передачах импульса Λ^2 , причём величина Δ^2 может быть произвольной. Для исследования применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях следует изучать события, при которых по виртуальной линии фермиона родившейся пары передается большой импульс. Вообще говоря, этот импульс непосредственно не связан с величиной Δ^2 . Однако, если рождение пары происходит под большим углом к направлению движения фотона и угол разлета компонент пары велик, то большому импульсу виртуальной линии соответствуют большие Δ^2 . Если же угол разлета компонент пары мал, то такого соответствия нет.

Таким образом, при определенных условиях (вклад диаграмм "а" можно учесть, по крайней мере, в приближении точечных частиц) приведенные сечения могут быть использованы как для исследования электромагнитной структуры нуклонов (ядер), так и для проверки применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях.

Значительный интерес представляет также точное электродинамическое сечение процесса (в отличие от известной формулы Бете-Гайтлера учитывается отдача частицы А и диаграммы "а"). Выполняя интегрирование по Λ^2 , получаем дифференциальное сечение по инвариантной массе родившейся пары:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_b}{d\Delta^2} = \frac{\alpha^3 \beta_0}{2\alpha_1^2} \left\{ \frac{4(L_3 - L_2)}{\Delta^4} \left[2\alpha_1 \left(\alpha_1 - \frac{\Delta^2}{2} \right) c_1 + 2m^2 c_2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(1 + \frac{4(m^2 - \alpha_1)}{\Delta^2} + \frac{8\alpha_1^2}{\Delta^4} \right) c_3 \right] - c_1 L_2 + \sqrt{(2\alpha_1 - \Delta^2)^2 - 4m^2 \Delta^2} \left[\frac{8\alpha_1}{\Delta^4} c_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{\Delta^2 \alpha_1} \left(1 + \frac{2m^2}{\Delta^2} \right) \left(c_2 - \frac{c_4}{3} \right) + \frac{4c_3}{3\alpha_1 \Delta^4} \left(1 + \frac{2(m^2 - 2\alpha_1)}{\Delta^2} + 34 \frac{\alpha_1^2}{\Delta^4} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{4c_4}{3\Delta^4} \left(\frac{4\alpha_1}{\Delta^2} - 1 \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.19)$$

где

$$L_2 = \ln \frac{x_B^2}{x_H^2} ; \quad L_3 = \ln \frac{\Delta^2 + x_B^2}{\Delta^2 + x_H^2} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_a}{d\Delta^2} = \frac{\alpha^3}{8\alpha_1^2} \frac{\beta_0}{\Delta^2} \left(\mathcal{D}_1 - \mathcal{D}_2 \frac{\beta_0^2}{3} \right) \left\{ 2L_4 \left[2\alpha_1 + (2m^2 + \Delta^2) \frac{(\Delta^2 - 2m^2 - 2\alpha_1)}{\alpha_1} \right] \right. \\ \left. + \frac{4\sqrt{(2\alpha_1 - \Delta^2)^2 - 4\Delta^2 m^2}}{\alpha_1} \left[2m^2 + \Delta^2 + \frac{\alpha_1^2 (2\alpha_1 + 2m^2 - \Delta^2)}{2(2\alpha_1 + m^2)^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.21)$$

где

$$L_4 = \ln \frac{2\alpha_1 - \Delta^2 - x_H^2}{2\alpha_1 - \Delta^2 - x_B^2} \quad (2.22)$$

Подставляя полученные выражения (2.19), (2.21) в формулу (2.2), получаем точное выражение для дифференциального по инвариантной массе рождающейся пары сечения рождения пары фермионов со спином 1/2 или скалярных частиц на фермионе. Ясно, что этим же способом просто получить сечения рождения пары заряженных частиц на скалярной и векторной частицах (ср. формулы (2.8), (2.12)).

Точное выражение для интегрального сечения процесса довольно громоздко и поэтому мы рассмотрим здесь предельный случай, когда $\chi_1 \gg m^2, \mu^2$. Тогда для рождения пары фермионов получаем

$$\sigma^F = \sigma_{\sigma}^F = \alpha z_0^2 \left(\frac{28}{9} \ln \frac{2\chi_1}{m\mu} - \frac{218}{27} \right) \quad (2.23)$$

и для рождения пары скалярных частиц получаем

$$\sigma^S = \sigma_{\sigma}^S = \alpha z_0^2 \left(\frac{4}{9} \ln \frac{2\chi_1}{m\mu} - \frac{26}{27} \right) \quad (2.24)$$

Полученные интегральные сечения обладают следующими важными особенностями: 1) с точностью $\frac{m^2}{\chi_1}, \frac{\mu^2}{\chi_1}$ вклад в сечение дают только диаграммы "б"; 2) приведенные выражения совпадают (в системе покоя частицы А) с сечениями рождения соответствующей пары на кулоновском центре [12]. Оба эти фактора связаны с тем, что основной вклад в интегральное сечение даёт область малых передач импульса Λ^2

$$\chi_H^2 \approx \frac{m^2 \Delta^4}{4\chi_1^2} \quad (2.25)$$

и в этом смысле диаграммы "б" можно назвать "периферическими". При малых Λ^2 сечение $\alpha\sigma_{\sigma}$ резко возрастает (благодаря наличию множителя $1/\Lambda^4$), в то время как $\alpha\sigma_a$ меняется слабо,

оставаясь малым. По этой причине вклад $d\sigma$ в интегральное сечение оказывается доминирующим. Близость полюса по Λ^2 позволяет для вычисления главных вкладов в интегральное сечение σ использовать полюсное приближение (метод Вайцекера-Вильямса) [8], причем областью интегрирования в полюсном приближении является интервал $x_H^2 \div m^2$. В то же время для диаграмм "а", где $\Delta^2 \gg 4m^2$ этой "полюсной области" нет, так что для рассмотрения их вкладов метод Вайцекера-Вильямса не применим. Кроме того, при малых Λ^2 не существенна отдача, что и приводит к тому, что интегральное сечение, независимо от соотношения масс m и μ , совпадает с сечением рождения пары на кулоновском центре.

3. Аннигиляция пары заряженных частиц в две пары

Метод, применявшийся при рассмотрении процессов аннигиляции пары с излучением фотона и рождения пары частиц фотоном, оказывается весьма продуктивным также и при рассмотрении процессов, когда этот фотон становится виртуальным. Такими процессами являются аннигиляция пары частиц в две пары заряженных частиц и рождение пары частиц при столкновении двух заряженных частиц. В низшем приближении теории возмущений этот процесс представляется шестью диаграммами (рис.3)

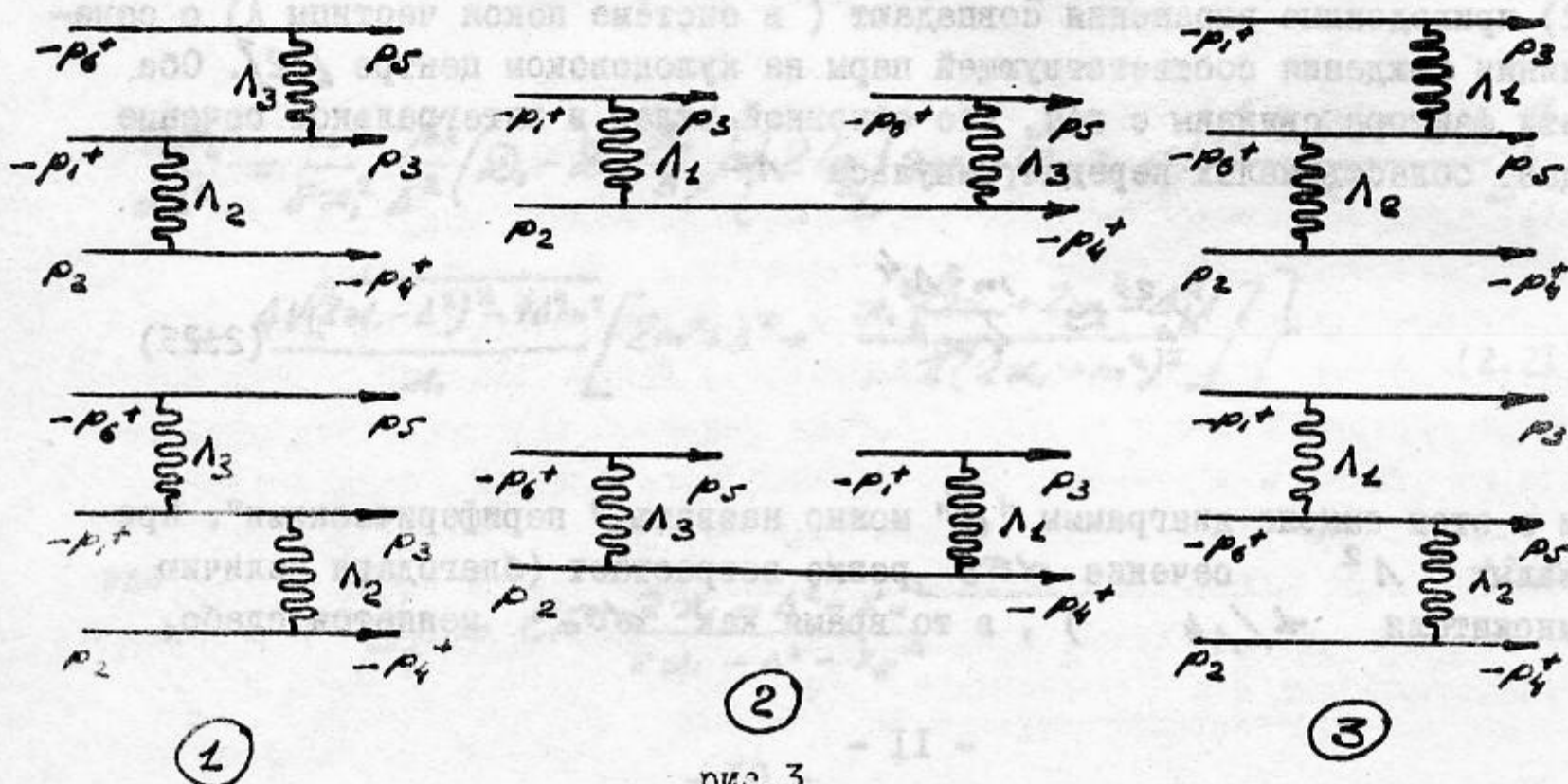


рис.3

(для определенности предполагается, что все частицы - разные фермионы со спином $1/2$). Мы рассмотрим здесь процесс аннигиляции пары частиц в две пары. Вычисление сечения этого процесса является значительно более простым, чем вычисление сечения рождения пары частиц при столкновении двух частиц. Это связано с тем, что используемый метод основан на интегрировании вкладов отдельных фермионных линий, что особенно удобно при рассмотрении аннигиляционных процессов. Матричный элемент процесса представим в виде:

$$M = A \left[\frac{(\bar{u}_4 \gamma_\nu u_2)(\bar{u}_5 \gamma_\alpha u_6)(\bar{u}_3 L_1^{\alpha\nu} u_1)}{\Lambda_2^2 \Lambda_3^2} + \frac{(\bar{u}_4 L_2^{\alpha\nu} u_2)(\bar{u}_3 \gamma_\nu u_1)(\bar{u}_5 \gamma_\alpha u_6)}{\Lambda_1^2 \Lambda_3^2} + \frac{(\bar{u}_4 \gamma_\alpha u_2)(\bar{u}_3 \gamma_\nu u_1)(\bar{u}_5 L_3^{\nu\alpha} u_6)}{\Lambda_1^2 \Lambda_2^2} \right] \quad (3.1)$$

здесь

$$A = \frac{-ie^4}{(2\pi)^5} \frac{m_1 m_2 m_3}{\sqrt{E_1 E_2 E_3 E_4 E_5 E_6}} \quad (3.2)$$

$$L_1^{\alpha\nu} = \gamma_\alpha \frac{-\hat{p}_1 + \hat{\Lambda}_2 + m_1}{\mathcal{X}_1} \gamma^\nu + \gamma^\nu \frac{\hat{p}_3 - \hat{\Lambda}_2 + m_1}{\mathcal{X}_2} \gamma_\alpha \quad (3.3)$$

$$L_2^{\alpha\nu} = L_1^{\alpha\nu} (1 \rightarrow 2); \quad L_3^{\alpha\nu} = L_1^{\alpha\nu} (1 \rightarrow 3)$$

где

$$(1 \rightarrow 2) \text{ есть } \begin{pmatrix} -p_1^+ \rightarrow p_2^+ \\ p_3 \rightarrow -p_4^+ \\ m_1 \rightarrow m_2 \end{pmatrix}; \quad (1 \rightarrow 3) \text{ есть } \begin{pmatrix} -p_1^+ \rightarrow -p_6^+ \\ p_3 \rightarrow p_5 \\ m_1 \rightarrow m_3 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda_1 = p_1^+ + p_3; \quad \Lambda_2 = p_2 + p_4^+; \quad \Lambda_3 = p_5 + p_6^+ \quad (3.4)$$

$$\mathcal{X}_1 = \Lambda_2^2 - 2(p_1^+ \Lambda_2); \quad \mathcal{X}_2 = \Lambda_2^2 - 2(p_3 \Lambda_2)$$

Усредняя по спинам начальных частиц и суммируя по спинам конечных, получаем:

$$\bar{S}_i S_f |M|^2 = -\frac{|A|^2}{4} \left[\frac{T_1}{\Lambda_2^4 \Lambda_3^4} + \frac{T_2}{\Lambda_1^4 \Lambda_3^4} + \frac{T_3}{\Lambda_1^4 \Lambda_2^4} + \frac{2T_4}{\Lambda_1^2 \Lambda_2^2 \Lambda_3^4} + \frac{2T_5}{\Lambda_1^2 \Lambda_2^4 \Lambda_3^2} + \frac{2T_6}{\Lambda_1^4 \Lambda_2^2 \Lambda_3^2} \right] \quad (3.5)$$

здесь T_1, T_2, T_3 вклады соответственно диаграмм 1, 2, 3 (рис. 3) T_4, T_5, T_6 - интерференционные члены. Нас интересует сечение, в котором выполнено интегрирование по конечным состояниям родившихся пар. При этом интегрировании вклады, содержащие интерференционные члены, обращаются в нуль. Действительно, представим эти вклады в виде:

$$\int d^4 \Lambda_1 \int \left[\frac{T_4}{\Lambda_1^2 \Lambda_2^2 \Lambda_3^4} + \frac{T_5}{\Lambda_1^2 \Lambda_2^4 \Lambda_3^2} + \frac{T_6}{\Lambda_1^4 \Lambda_2^2 \Lambda_3^2} \right] \delta(\Lambda_2 - \Lambda_1 - p_5 - p_6^+) \delta(\Lambda_1 - p_1^+ - p_3^+) \frac{d^3 p_1^+}{E_1} \frac{d^3 p_3^+}{E_3} \frac{d^3 p_5}{E_5} \frac{d^3 p_6^+}{E_6} \quad (3.6)$$

Величины T_4, T_5, T_6 содержат интерференционный тензор $K^{\nu\nu\mu\mu}$ [3], антисимметричный по импульсам пары конечных частиц. Тогда, очевидно, интегралы, содержащие δ - функции обращаются в нуль (ср. формулу (2.39) статьи [3]).

Таким образом, мы должны рассмотреть только вклады T_1, T_2, T_3 . Представим T_1 в виде:

$$T_1 = \frac{1}{m_1^2 m_2^2 m_3^2} M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} J_{2\nu\nu'} J_{3\alpha\alpha'} \quad (3.7)$$

где

$$\frac{M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'}}{m_1^2} = Sp [L_1^{\alpha\nu} \Lambda_-(p_1^+) L_1^{\alpha'\nu'} \Lambda_+(p_3)] \quad (3.8)$$

комптоновский тензор, пропорциональный сечению комптоновского рассеяния поляризованного тяжелого "фотона" с массой Λ_2^2 в поляризованный тяжелый "фотон" с массой Λ_3^2

$$\frac{\mathcal{T}_{2\nu\nu'}}{m_2^2} = Sp [\gamma_\nu \Lambda_+(p_2) \gamma_{\nu'} \Lambda_-(p_4^+)] \quad (3.9)$$

токовый тензор.

Интегрирование по конечным импульсам p_5 , p_6^+ может быть проведено как в [3]:

$$\int \frac{d^3 p_5}{E_5} \frac{d^3 p_6^+}{E_6} \delta(\Lambda_3 - p_5 - p_6^+) \mathcal{T}_{3\alpha\alpha'} = c_3 \left(g_{\alpha\alpha'} - \frac{\Lambda_{3\alpha} \Lambda_{3\alpha'}}{\Lambda_3^2} \right) \quad (3.10)$$

$$c_3 = \frac{2\pi}{3} (\Lambda_3^2 + 2m_3^2) \sqrt{\frac{\Lambda_3^2 - 4m_3^2}{\Lambda_3^2}} \quad (3.11)$$

Вследствие калибровочной инвариантности комптоновского тензора

$$M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} \Lambda_{3\alpha} = M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} \Lambda_{3\alpha'} = M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} \Lambda_{2\nu} = M_1^{\alpha\nu\alpha'\nu'} \Lambda_{2\nu'} = 0 \quad (3.12)$$

вклад дает только свертка $M_2^{\alpha\nu\alpha'\nu'} g_{\alpha\alpha'} = M_2^{\nu\nu'}$

Интеграл от члена, содержащего T_1 , представим в виде (аналогичный подход использовался в статье [4]):

$$B_{\nu\nu'} = \int d^4 \Lambda_1 \frac{c_3}{\Lambda_2^4 \Lambda_3^4} \int M_1^{\nu\nu'} \delta(\Lambda_1 - p_1^+ - p_3) \frac{d^3 p_1^+ d^3 p_3}{E_1 E_3} = \left(g^{\nu\nu'} - \frac{\Lambda_2^\nu \Lambda_2^{\nu'}}{\Lambda_2^2} \right) \int d^4 \Lambda_1 \frac{c_3}{\Lambda_2^4 \Lambda_3^4} \mathcal{F}_1 \quad (3.13)$$

для вычисления функции \mathcal{F}_1 достаточно свернуть обе части (3.13) с тензором $g_{\mu\nu}$:

$$f_1 = \frac{1}{3} \int M_1^{vw} g_{vw} \delta^2(\Lambda_1 - p_1^+ - p_3) \frac{d^3 p_1^+}{E_1} \frac{d^3 p_3}{E_3} \quad (3.14)$$

Свернутый комptonовский тензор для случая, когда оба "фотона" являются тяжелыми, имеет вид:

$$M_1 \equiv M_1^{vw} g_{vw} = \frac{2}{\alpha_1^2} \left\{ \alpha_1^2 + 2\alpha_1(m_1^2 - (\Lambda_2 \Lambda_3)) + 2m_1^2(2m_1^2 + \Lambda_2^2 + \Lambda_3^2) + \Lambda_2^2 \Lambda_3^2 \right\} + \text{члены } (p_1^+ \leftrightarrow p_3) + \frac{8}{\alpha_1 \alpha_2} \left\{ m_1^2(\Lambda_2 \Lambda_3) + 2m_1^4 - \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_3)^2}{2} (\Lambda_2^2 + \Lambda_3^2) \right\} \quad (3.15)$$

Вычисление инвариантного интеграла от свернутого комptonовского тензора проще всего выполнить в ц-системе частиц p_1^+ , p_3 ; в итоге получаем

$$f_1 = \frac{8\pi}{3} \beta_1 \left\{ 1 + \frac{1}{(\beta^2 - a^2)} \left[2m_1^2(2m_1^2 + \Lambda_2^2 + \Lambda_3^2) + \Lambda_2^2 \Lambda_3^2 \right] + \frac{1}{a\beta} \ln \left(\frac{\beta+a}{\beta-a} \right) \left[2m_1^2(m_1^2 + (\Lambda_2 \Lambda_3)) - (\Lambda_2 \Lambda_3)^2 - \frac{\Lambda_1^2}{2} (\Lambda_2^2 + \Lambda_3^2) \right] \right\} \quad (3.16)$$

где

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{\Lambda_1^2 - 4m_1^2}{\Lambda_1^2}}; \quad \beta = \beta(\Lambda_2 \Lambda_3); \quad a = \beta_1 \xi$$

$$\xi = \sqrt{(\Lambda_2 \Lambda_3)^2 - \Lambda_2^2 \Lambda_3^2} = \sqrt{(\Lambda_1 \Lambda_2)^2 - \Lambda_1^2 \Lambda_2^2}$$

Удобно также перейти от дифференциала $d^4 \Lambda_1$ к следующему

$$d^4 \Lambda_1 = d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2 d(\cos \vartheta) d\varphi \frac{\xi}{4\Lambda_2^2} \quad (3.17)$$

(где ϑ , φ - углы вектора в системе, где $\vec{\Lambda}_2 = 0$) причём интегрирование по углам выполняется тривиально. В результате

получаем

$$\frac{d^2\sigma_1}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} = - \frac{6\alpha^4}{(2\pi)^4 |F|} \frac{C_2}{\Lambda_2^4} \frac{C_3}{\Lambda_3^4} \frac{f_1 \xi}{\beta_2 \Lambda_2^2} \quad (3.18)$$

где

$$C_2 = C_3 (3 \rightarrow 2); \quad \beta_2 = \beta_1 (1 \rightarrow 2)$$

Вычисление сечения для вклада, содержащего T_3 , проводится совершенно аналогично, так что

$$\frac{d^2\sigma_3}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_2^2} = \frac{d^2\sigma_2}{d\Lambda_2^2 d\Lambda_3^2} (1 \leftrightarrow 3) \quad (3.19)$$

При вычислении вклада в сечение от члена с T_2 интегрирование может быть сразу проведено по обоим токовым тензорам

$$d\sigma_2 = - \frac{4\alpha^4}{(2\pi)^4 |F|} \int d^4\Lambda_1 \frac{C_3}{\Lambda_3^4} \frac{C_1}{\Lambda_1^4} M_2 \quad (3.20)$$

$$M_2 = M_1 (1 \leftrightarrow 2); \quad C_1 = C_3 (3 \rightarrow 1)$$

выполняя интегрирование свернутого комптоновского тензора по углам, получаем:

$$f_2 = \frac{1}{6} \beta_2 \int M_2 d(\cos\theta) d\varphi = f_1 (1 \leftrightarrow 2) \quad (3.21)$$

В результате получаем сечение

$$\frac{d^2\sigma_2}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} = - \frac{6\alpha^4}{(2\pi)^4 |F|} \frac{C_1}{\Lambda_1^4} \frac{C_3}{\Lambda_3^4} \frac{f_2 \xi}{\beta_2 \Lambda_2^2} \quad (3.22)$$

Точное дифференциальное по Λ_1^2 , Λ_3^2 сечение аннигиля-

ции пары частиц в две пары частиц таким образом записывается в виде:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} = \frac{d^2\sigma_1}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} + \frac{d^2\sigma_2}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} + \frac{d^2\sigma_3}{d\Lambda_1^2 d\Lambda_3^2} \quad (3.23)$$

где слагаемые даются формулами (3.18), (3.19), (3.22).

Область изменения переменных Λ_1^2 , Λ_3^2 определяется условиями:

$$\begin{aligned} 4m_1^2 &\leq \Lambda_1^2 \leq (\sqrt{\Lambda_2^2} - 2m_3)^2 \\ 4m_3^2 &\leq \Lambda_3^2 \leq (\sqrt{\Lambda_2^2} - \sqrt{\Lambda_1^2})^2 \end{aligned} \quad (3.24)$$

и приведена на рис.4. Прямые, параллельные координатным осям соответствуют порогу рождения пары (компоненты пары вылетают с равными импульсами). Верхняя граница соответствует случаю, когда компоненты каждой пары разлетаются в противоположные стороны с равными импульсами в ц-системе.

В сечении $d\sigma_1$ ($d\sigma_3$) входит функция $\frac{c_3/\Lambda_3^4}{c_1/\Lambda_1^4}$. Свойства этой функции детально исследованы в работе [5], она имеет пик вблизи нижнего предела по Λ_3^2 (Λ_1^2). Этот пик имеет прозрачный физический смысл - в области пика компоненты пары летят параллельно, причем инвариантная масса пары мала, так что можно сказать, что мы имеем дело с фотоном, конвертировавшимся в пару частиц. Сечение $d\sigma_2$ содержит две функции $\frac{c_1}{\Lambda_1^4}$, $\frac{c_3}{\Lambda_3^4}$ и, следовательно, имеет двойной пик (в вершине прямого угла в области изменения переменных (рис. 4)).

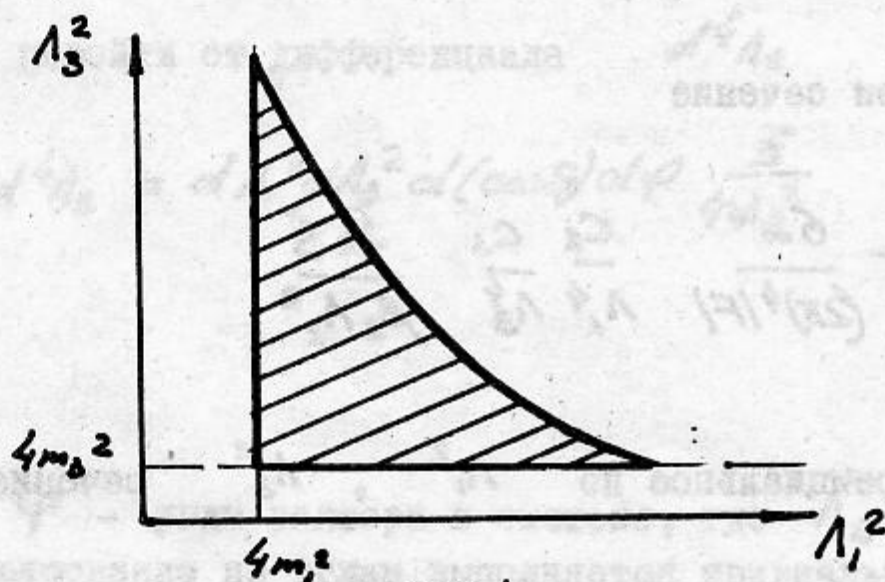


рис.4

Как показано в [5] эти пики являются высокими, но очень узкими, так что они не дают логарифмических вкладов в интегральное сечение. Получение точного интегрального сечения является весьма сложной задачей. Мы проведем здесь только оценку главных вкладов в интегральное сечение.

В случае, когда $\Lambda_2^2 \gg m_1^2, m_2^2, m_3^2$ главный вклад в интегральное сечение является трижды логарифмическим, он равен

$$\sigma = \frac{10}{27} \frac{\alpha^4}{\pi |F|} \ln^3 \frac{\Lambda_2^2}{4m^2} \quad (3.25)$$

При этом

$$\begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_3 &= \frac{4}{27} \frac{\alpha^4}{\pi |F|} \ln^3 \frac{\Lambda_2^2}{4m^2} \\ \sigma_2 &= \frac{8}{27} \frac{\alpha^4}{\pi |F|} \ln^3 \frac{\Lambda_2^2}{4m^2} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Вычисление интегрального сечения с большей точностью (дважды логарифмической) существенно сложнее. Мы рассмотрим здесь два предельных случая:

$$1) \Lambda_2^2 \gg m_1^2, m_2^2, m_3^2 ; \quad m_2^2 \ll \frac{m_1^2 m_3^2}{\Lambda_2^2} ; \quad m_3 < m_1$$

В этом случае интегральное сечение

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{4\alpha^4}{9\pi |F|} \left\{ \frac{1}{6} l_1^3 + \frac{1}{12} l_2^3 + \frac{1}{4} l_1 l_3^2 - \frac{1}{4} l_1^2 l_3 + \right. \\ \left. + \ln 2 l_2^2 - \frac{21}{4} l_1 l_3 - \left(\frac{13}{12} - \frac{\ln 2}{2} \right) (l_1^2 + l_3^2) \right\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

где

$$l_1 = \ln \left(\frac{\Lambda_2^2}{4m_1^2} \right) ; \quad l_2 = \ln \left(\frac{\Lambda_2^4}{16m_1^2 m_3^2} \right) ; \quad l_3 = \ln \left(\frac{\Lambda_2^2}{4m_3^2} \right) \quad (3.28)$$

$$2) \Lambda_2^2 \sim 4m_2^2 ; \quad m_3 < m_1 \quad \text{тогда}$$

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{s} \left\{ \frac{1}{4} \ell_1^3 + \frac{3}{8} (\ell_1 \ell_2^2 - \ell_1^2 \ell_2) - \frac{15}{8} \ell_1 \ell_2 + \frac{3}{4} \ell_1^2 (\ell_1^2 + \ell_2^2) \right\} \quad (3.29)$$

Заметим, что в этом случае σ_2 не содержит трижды логарифмических членов, что является следствием малости фермионного пропагатора для вклада диаграмм 2.

Отметим, что в обоих случаях, в значительной части области вклады трижды и дважды логарифмических членов одного порядка и входят с противоположными знаками. Поэтому в неасимптотической области трижды логарифмическое приближение может иметь малую точность.

4. Об интегрировании по конечным состояниям родившейся пары сечения рождения пары частиц при столкновении частиц

В случае, когда три частицы являются фермионами, диаграммы процесса в нижнем приближении теории возмущений приведены на рис.3, причем можно использовать формулы (3.1)-(3.5), сделав в них замену

$$\begin{aligned} -p_1^+ &\rightarrow p_2 & ; & & -p_4^+ &\rightarrow p_4 \\ \Lambda_1 &\rightarrow -\Delta_1 & ; & & \Lambda_2 &\rightarrow \Delta_2 & ; & & \Lambda_3 &\rightarrow \Delta_3 \end{aligned} \quad (4.1)$$

При вычислении проинтегрированного по конечным состояниям родившейся пары (p_5, p_6^+) сечения процесса возникают следующие отличия от случая аннигиляции пары частиц в две пары (раздел 3):

1) интерференционный член между диаграммами 1 и 2 не обращается в нуль, что значительно усложняет расчёт; 2) необходимо проинтегрировать по конечным состояниям родившейся пары комптоновский тензор четвертого ранга $M_3^{\sigma_3 \sigma_3' \sigma_1'}$, который входит в выражение T_3 . Мы рассмотрим здесь этот вопрос.

Искомый тензор

$$B^{\sigma_3 \sigma_3' \sigma_1'} = \int M^{\sigma_3 \sigma_3' \sigma_1'} \delta(p_5 + p_6^+ - \Delta_1 - \Delta_2) \frac{d^3 p_5}{E_5} \frac{d^3 p_6^+}{E_6} \quad (4.2)$$

зависит только от векторов Δ_1^{μ} , Δ_2^{μ} . Если учесть, что

$$M_3^{\sigma\rho\sigma'\rho'} = M_3^{\sigma'\rho'\sigma\rho} \quad (4.3)$$

а также то, что этот тензор умножается затем на токовые тензора, для которых вследствие калибровочной инвариантности

$$\Delta_{1\mu} \mathcal{T}_1^{\mu\nu} = \Delta_{1\nu} \mathcal{T}_1^{\mu\nu} = 0 \quad (4.4)$$

$$\Delta_{2\mu} \mathcal{T}_2^{\mu\nu} = \Delta_{2\nu} \mathcal{T}_2^{\mu\nu} = 0$$

то отличный от нуля вклад будет давать только следующий тензор

$$\begin{aligned} \bar{B}^{\sigma\rho\sigma'\rho'} = 2\pi\beta_3 \{ & d_1 g^{\sigma\rho} g^{\sigma'\rho'} + d_2 g^{\sigma\sigma'} g^{\rho\rho'} \\ & + d_3 g^{\rho\sigma'} g^{\rho'\sigma} + \frac{d_4}{\mathcal{D}} g^{\sigma\sigma'} \Delta_1^{\rho} \Delta_1^{\rho'} + \frac{d_5}{\mathcal{D}} g^{\rho\rho'} \Delta_2^{\sigma} \Delta_2^{\sigma'} + \\ & + \frac{d_6}{a_3 \mathcal{D}} [g^{\rho\sigma} \Delta_1^{\rho'} \Delta_2^{\sigma'} + g^{\rho'\sigma'} \Delta_1^{\rho} \Delta_2^{\sigma}] + \frac{d_7}{a_3 \mathcal{D}} [g^{\rho\sigma'} \Delta_1^{\rho} \Delta_2^{\sigma} + g^{\rho'\sigma'} \Delta_1^{\rho'} \Delta_2^{\sigma'}] \\ & + \frac{d_8}{\mathcal{D}^2} \Delta_1^{\rho} \Delta_1^{\rho'} \Delta_2^{\sigma} \Delta_2^{\sigma'} \} \end{aligned} \quad (4.5)$$

здесь

$$\mathcal{D} = a_3^2 - a_1 a_2 ; \quad \beta_3 = \sqrt{\frac{\Delta_3^2 - 4m_3^2}{\Delta_3^2}} \quad (4.6)$$

$$a_1 = \Delta_1^2 ; \quad a_2 = \Delta_2^2 ; \quad a_3 = (\Delta_1 \Delta_2)$$

Заметим здесь, что тензор $B^{\sigma\rho\sigma'\rho'}$ (с учетом условия (4.3)) содержит 27 членов, однако, из 27 коэффициентов независимыми являются только 8, в качестве таковых можно выбрать, например $d_1 - d_8$.

Через тензора (3.10), (4.5) выражается любое сечение рождения пары частиц со спином $1/2$ при столкновении двух заряженных частиц, а также фотона и заряженной частицы, проинтегрированное по конечным состояниям пары.

Коэффициенты d_i могут быть определены, если свернуть тензор $B^{\alpha\beta\gamma\delta}$ с восемью независимыми калибровочно инвариантными комбинациями (что обращает в нуль все члены с d_n при $n > 8$) и вычислить соответствующие интегралы (4.2). В результате получаем систему из 8 уравнений для коэффициентов. Решая ее, находим:

$$8d_1 = 16 + g_1 + 8g_2 - \frac{4\Delta_3^2(6a_3 - m_3^2)}{2} + \\ + \left[g_3 + 16a_3^2 \left(1 - \frac{a_3 \Delta_3^2}{2} \right) + \frac{a_1 a_2 g_1}{2} \right] \frac{4}{a_3}$$

$$8d_2 = g_1 + 8g_2 + \frac{4\Delta_3^2(\Delta_3^2 - 2a_3 + m_3^2)}{2} + \left[-g_3 - 16m_3^4 + \frac{4a_3^2 \Delta_3^2(\Delta_3^2 + 2m_3^2)}{2} + \frac{a_1 a_2 g_1}{2} \right] \frac{4}{a_3}$$

$$8d_3 = g_1 - 8g_2 + \frac{4\Delta_3^2(2a_3 + m_3^2)}{2} + \left[g_3 + \frac{a_1 a_2 g_1}{2} \right] \frac{4}{a_3}$$

$$d_4 = a_2 d_2 + \frac{a_2}{2\Delta} \left[2\Delta_3^2 a_2 + \frac{3a_1 a_2 \Delta_3^4}{2} + 2a_1 g_2 \Delta_3^2 + \left(g_4 + \frac{a_1 \Delta g_1}{2} \right) \frac{a_2 \Delta}{a_3} \right] \quad (4.7)$$

$$d_5 = d_4 (a_1 \leftrightarrow a_2)$$

$$d_6 = -a_3^2 d_1 + \frac{a_1 a_2 a_3}{2\Delta} \left\{ 4\Delta_3^2 - \frac{3a_3 \Delta_3^4}{2} + 2g_2 \Delta_3^2 + \left[-\frac{\Delta a_3 g_1}{2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \Delta_3^2 (a_1 a_2 + 2a_3^2 - 2m_3^2 a_3) \right] \frac{4}{a_3} \right\}$$

$$d_7 = +a_3^2 (d_1 - d_3) + d_6 - \frac{a_1 a_2 a_3}{2\Delta} \left[2g_2 \Delta_3^2 + a_1 a_2 \Delta_3^2 \frac{4}{a_3} \right]$$

$$d_8 = -a_3^2 (d_1 + d_3) - 3a_1 a_2 d_2 + 3d_4 + d_5 - 2(d_6 + d_7) - \frac{a_1 a_2}{2} \left[2a_2 \Delta_3^2 + \right. \\ \left. + 2g_2 \Delta_3^2 (a_1 + 2m_3^2) + g_4 \frac{a_2}{a_3} \Delta \right]$$

где

$$g_1 = \frac{(a_1 a_2 + 2a_3^2) \Delta_3^4}{\mathcal{D}^2}; \quad g_2 = \frac{1}{1 + \frac{4m_3^2 \mathcal{D}}{a_1 a_2 \Delta_3^2}}$$

$$g_3 = 4 \left[a_1 a_2 + \Delta_3^2 (m_3^2 + a_3) - 2(m_3^2 + a_3)^2 \right] + \frac{4}{\mathcal{D}} \left[4a_3^2 (a_3 + m_3^2) + a_1 a_2 \Delta_3^2 \right]$$

$$g_4 = a_1 (a_1 + a_2) \Delta_3^2 + 2m_3^2 \left[2a_3 (a_3 + a_1) + a_1 (a_1 - a_2) \right] \quad (4.8)$$

$$L = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{D}} \beta_3} \quad \text{or} \quad \frac{a_3 - \beta_3 \sqrt{\mathcal{D}}}{a_3 + \beta_3 \sqrt{\mathcal{D}}}$$

При $\Delta_1^2 = \Delta_2^2 = 0$ $B^{\text{проб}}$ пропорционально сечению превращения пары поляризованных фотонов в пару фермионов, проинтегрированному по конечным состояниям пары. Усредняя по поляризациям фотонов, получаем известную формулу для интегрального сечения процесса $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ [12].

$$\sigma_{\gamma\gamma} = - \frac{2\pi e^4 \beta_3}{\Delta_3^2} (d_1^0 + 2d_2^0 + d_3^0) \quad (4.9)$$

Если только один из фотонов является реальным, то мы можем легко перейти к формуле (2.4).

Как мы уже отмечали в разделе 2, нижний предел изменения переменных $|\Delta_1^2|$ и $|\Delta_2^2|$ очень мал (сравни (2.25)). Именно эта область дает доминирующий вклад в интегральное сечение для диаграмм типа 3. В силу этого обстоятельства эта диаграмма может быть названа периферической. Однако, поскольку, область перекрытия малых $|\Delta_1^2|$ и $|\Delta_2^2|$ оказывается узкой, а на других диаграммах также имеется одна малая передача импульса ($|\Delta_1^2|$ или $|\Delta_2^2|$), то величина вклада диаграммы 3 оказывается только логарифмической (а не степенной, как в случае рождения пары фотоном). Именно диаграмма 3 дает главный (трижды логарифмический) вклад в интегральное сечение процесса, полученный впервые Ландау и Лившицем [12].

$$\sigma = \frac{28}{27} \frac{2^2 \alpha^2}{\pi} \ln^3 \frac{s^2}{m^2}; \quad s^2 = (\rho_1 + \rho_2)^2 \quad (4.10)$$

В заключение авторы выражают благодарность Р. Вильсону за сообщение об экспериментах по рождению пар до их опубликования.

Л и т е р а т у р а

1. J. de Pagter, A. Boyarski, G. Glass, J. Friedman, H. Kendall, M. Gettner, J. Larrabee, R. Weinstein. Phys. Rev. Let. 12, 739, 1964
2. R. Blumental, D. Ehn, W. Faissler, P. Joseph, L. Lanzerotti, F. Pipkin, D. Stairs. Phys. Rev. Let. 14, 660, 1965.
3. В. Н. Байер, В. А. Хозе. ЖЭТФ, 48, 946, 1965.
4. В. Н. Байер, В. А. Хозе. ЖЭТФ, 48, 1708, 1965.
5. В. Н. Байер, В. А. Хозе. Ядерная физика, 2, № 2, 1965
6. В. Н. Байер, В. М. Галицкий. ЖЭТФ, 49, 661, 1965.
7. В. Н. Байер, В. С. Фадин. ДАН СССР. 1961, 74, 1965.
8. V. Gorgé. Nuovo Cimento. 35, 545, 1965.
9. И. Т. Дятлов. ЖЭТФ, 35, 154, 1958.
10. J. Byorken, S. Drell, S. Frautschi. Phys. Rev. 112, 1409, 1958.
11. В. Н. Байер, В. С. Фадин, В. А. Хозе. Ядерная физика (в печати)
12. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика. Физматгиз. Москва, 1959.

Ответственный за выпуск В.А.Хозе

Отпечатано на ротапринтере в Институте
ядерной физики СО АН СССР.

Тираж **250** экз. **Б е с п л а т н о**